

ÉCOLE DES PONTS PARISTECH
ADMISSION PAR VOIE UNIVERSITAIRE
RAPPORT DE L'ORAL SCIENTIFIQUE
ANNÉE 2017

L'École des Ponts ParisTech recrute en première année des étudiants français ou étrangers titulaires d'une licence ou d'un titre jugé équivalent dans les domaines suivants : mathématiques, physique, mécanique, informatique, sciences de l'ingénieur, génie civil.

L'oral scientifique a pour objet d'évaluer les connaissances et les capacités en mathématiques et en physique du candidat, par des questions de niveau L2 dans ces deux domaines, particulièrement en analyse, algèbre, probabilités, mécanique, thermodynamique, électromagnétisme. On trouvera quelques exemples ci-après. En 2017, il s'est déroulé de la façon suivante :

- pendant 30 minutes, il a été demandé aux candidats de préparer seuls et sans documents au moins 4 exercices de mathématiques parmi 6 et 3 exercices de physique parmi 4,
- pendant les 30 minutes suivantes, il a été demandé aux candidats d'exposer au tableau leur résolution des exercices devant deux examinateurs (un professeur de mathématiques et un professeur de physique).

Afin de juger de la performance du candidat, les examinateurs prennent en compte la compréhension du problème posé, les initiatives prises (cerner les difficultés, les nommer, donner des directions pour les surmonter, etc.), la précision du langage et la connaissance précise du cours, la capacité à envisager différentes méthodes et à réfléchir à leurs utilisations, la justification orale précise de ce qui est fait, la qualité de l'expression orale...

En mathématiques, on a constaté que l'énoncé des théorèmes utilisés est très souvent imprécis : les hypothèses sont trop rarement vérifiées quand l'énoncé ne se réduit pas à une formule *magique*.

En physique, on a souvent constaté une appropriation insuffisante des concepts de base, et une difficulté à mener les calculs au bout.

Plus généralement, on constate surtout le manque d'autonomie des candidats. Le temps de préparation doit servir essentiellement à dégager des idées (les plus précises possibles) qui permettront d'avancer lors du passage au tableau. De trop nombreux candidats se contentent d'exposer une vague idée puis se retournent vers l'examineur pour l'interroger sur la démarche à suivre.

Rappelons enfin que ces épreuves orales ont pour but d'admettre les candidats à l'École de Ponts ParisTech, où le niveau des enseignements scientifiques est élevé. Être parmi les meilleurs de sa promotion ne suffit pas pour y réussir. Il faut pratiquer les mathématiques et la physique tout au long de la licence en résolvant de nombreux exercices et se préparer spécifiquement aux épreuves orales de manière intensive.

EXEMPLES DE QUESTIONS DE MATHÉMATIQUES POSÉES LES DERNIÈRES ANNÉES

Exercice 1.

Déterminer les fonctions f continues sur \mathbb{R} telles que $f(0) = 1$, f dérivable en 0 et vérifiant pour tout (x, y) de \mathbb{R}^2 ,

$$f(x + y)f(x - y) = f^2(x)$$

Exercice 2.

Soit $(u_n)_{n \geq 0}$ la suite définie par $u_0 \in]0, 1]$ et pour tout $n \geq 0$

$$u_{n+1} = 1 + \frac{u_n}{n+1}$$

Donner un développement asymptotique de u_n à l'ordre 2.

Exercice 3.

Soit n un entier tel que $n \geq 2$. Déterminer les polynômes P de $\mathbb{R}[X]$ de degré n divisibles par $X + 1$ et tels que les restes de la division de P par $X + 2, X + 3, \dots, X + n + 1$ soient égaux.

Exercice 4.

Soient A et B deux matrices symétriques réelles d'ordre $n \geq 2$ telles que pour tout vecteur $X \in \mathbb{R}^n$, ${}^t X A X = {}^t X B X$. Montrer que $A = B$.

Exercice 5.

Soient $(X_n)_{n \geq 1}$ et N des variables aléatoires mutuellement indépendantes définies sur (Ω, \mathcal{A}, P) . On suppose que les variables X_n suivent toutes la même loi exponentielle de paramètre λ et que N suit la loi géométrique de paramètre p .

On pose, pour tout $\omega \in \Omega$, $S(\omega) = \sum_{k=1}^{N(\omega)} X_k(\omega)$. Calculer l'espérance de S .

Exercice 6.

Les fonctions suivantes sont-elles holomorphes sur \mathbb{C} ?

a) $f(z) = z^n$

b) $f(z) = z\bar{z}$.

Exercice 7.

Montrer que l'équation différentielle $y' = \sin(y)$ admet une unique solution vérifiant $f(0) = \frac{\pi}{2}$. Tracer la représentation graphique de cette solution.

EXEMPLES DE QUESTIONS DE PHYSIQUE POSÉES LES DERNIERES ANNEES

Exercice 1.

Une masse m glisse sur un plan horizontal lisse. Elle est tirée par un fil qui après coulisement sur une poulie prend une inclinaison θ par rapport à l'horizontale. On compare deux manières de tirer la masse m :

- a) on accroche à l'autre bout du fil une masse m' qui glisse sur un plan lisse incliné de θ ;
- b) on exerce une force de traction T sur le fil selon la direction θ .

Quelle doit être la valeur de T pour que la masse m ait le même mouvement dans les deux cas ?

Exercice 2.

On creuse un tunnel le long d'un diamètre de la Terre (d'un point jusqu'à son antipode). En supposant la Terre de densité uniforme, montrez qu'en tout point du tunnel la force de gravitation est proportionnelle à la distance au centre de la Terre. En déduire la nature du mouvement d'un objet lâché sans vitesse initiale à l'une des deux embouchures du tunnel.

Exercice 3.

On s'intéresse à la chute d'une bille dans un liquide.

- a) Quelles sont les grandeurs physiques en jeu ?
- b) Ecrire la loi du mouvement.
- c) Donner la solution asymptotique.

Exercice 4.

Un piston calorifugé de masse m est libre de se translater dans un cylindre calorifugé de longueur $2L$ et de section S . Il sépare le cylindre en deux compartiments contenant chacun n moles d'un gaz parfait mono-atomique. Le gaz étant à la même température T_0 et à la même pression P_0 dans les deux compartiments, on déplace lentement et faiblement le piston d'une distance $a \ll L$ et on l'abandonne sans vitesse initiale. On note T_g, P_g, V_g (resp. T_d, P_d et V_d) les température, pression et volume dans le compartiment gauche (resp. droit) à un instant t quelconque.

- a) En appliquant le premier principe au gaz contenu dans un compartiment, lors d'une évolution infinitésimale, établir une équation différentielle reliant les variables T et V . Retrouver la loi de Laplace. Que peut-on en conclure ?
- b) Etablir l'équation différentielle pilotant l'abscisse du piston. Exprimer la période des petites oscillations.

Exercice 5.

Selon la loi de Stefan, la puissance surfacique du rayonnement émis par un corps noir dont la température de surface est égale à T vaut $P = \sigma T^4$.

- a) Estimer la puissance reçue du Soleil au niveau de la Terre.

b) En supposant que la Terre émet comme un corps noir, en déduire une estimation de la température de la Terre T_T .

c) Effet de serre : l'atmosphère laisse passer le rayonnement solaire dans le visible mais piège le rayonnement terrestre. En faisant un bilan sur les flux surfaciques, en ajoutant aux flux émis par le Soleil et par la Terre le flux émis par l'atmosphère sur chacune de ses faces (vers le Soleil et vers la Terre), montrer que la température de la Terre est augmentée d'un facteur $2^{1/4}$.

Données : constante de Stefan $\sigma \simeq 6.10^{-8}W.m^{-2}.K^{-4}$; température du Soleil $T_S \simeq 6000K$; rayon du Soleil $R_S \simeq 7.10^8m$; distance Terre-Soleil $d \simeq 1,5.10^{11}m$.

Exercice 6.

Comment varie le niveau de l'eau dans une piscine, lorsque l'on jette dans l'eau une pierre depuis un bateau qui flotte dans cette piscine ?

Exercice 7.

On vous sert une tasse de café brûlant et une tasse de lait froid au début d'un repas. Vaut-il mieux les mélanger tout de suite ou à la fin du repas pour boire le café au lait à une température acceptable ?